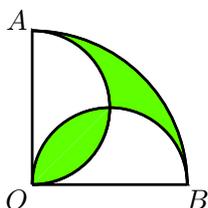

Enunciados de los Problemas

Presentamos aquí algunos problemas para mostrar el tipo de matemáticas que se manejan en la fase estatal de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Al final encontrarás las soluciones.

Problema 1. La suma de todos los enteros entre 50 y 350, los cuales terminan en 1, es:

- (a) 5880 (b) 5208 (c) 4877 (d) 4566

Problema 2. El arco AB es un cuarto de una circunferencia de centro O y radio 10 cm . Los arcos OA y OB son semicircunferencias. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



- (a) $25\pi - 50$ (b) 50 (c) $50\pi - 75$ (d) 25π

Problema 3. Consideremos los números de 5 cifras formados por los dígitos 1 y 2. ¿En cuántos de ellos el 1 aparece más veces que el 2?

- (a) 20 (b) 16 (c) 32 (d) 18

Problema 4. ¿Cuántos de los siguientes 60 números:

$$84, 2 \cdot 84, 3 \cdot 84, \dots, 58 \cdot 84, 59 \cdot 84, 60 \cdot 84$$

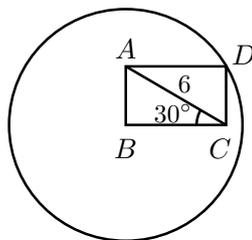
son múltiplos de 60?

- (a) 18 (b) 30 (c) 15 (d) 12

Problema 5. Miré la hora un poco después de las 6 AM y las agujas formaban un ángulo de 110° . Volví a mirarla antes de las 7 AM y nuevamente se formaba un ángulo de 110° . ¿Cuántos minutos habían pasado?

- (a) 40 (b) 30 (c) 60 (d) 45

Problema 6. En la figura, el rectángulo $ABCD$ está en el interior de la circunferencia de tal manera que el vértice B es el centro de la circunferencia. Si $AC = 6$ y $\angle ACB = 30^\circ$, ¿cuánto mide su diámetro?



- (a) 6 (b) 8 (c) 10 (d) 12

Problema 7. Pablo eligió tres dígitos distintos y escribió todos los números de 3 cifras que se forman con ellos (sin repeticiones). Después sumó todos los números que obtuvo. Encuentra la suma de Pablo, sabiendo que la suma de los dígitos originales es 14.

- (a) 4662 (b) 4800 (c) 3108 (d) 3200

Problema 8. Un triángulo rectángulo de catetos 12 y 16 está inscrito en una circunferencia. ¿Cuál es el radio de dicha circunferencia?

- (a) 6 (b) 8 (c) 10 (d) 14

Problema 9. En un número de tres cifras, la suma de las mismas es 18. La cifra de las unidades es el doble de la de las decenas. Por último, la diferencia que se obtiene restando el número dado y el formado al invertir el orden de sus cifras es 297. ¿Cuál es el número inicial?

- (a) 684 (b) 648 (c) 936 (d) 963

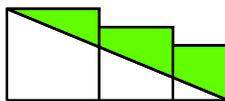
Problema 10. En una caja se tienen 20 pares de zapatos completos de tres colores distintos y de tres tamaños distintos. Si en la caja hay: 4 pares rojos, 1 chico, 1 mediano y 2 grandes; 7 pares verdes, 2 chicos, 2 medianos y 3 grandes; 9 pares azules, 2 chicos, 3 medianos y 4 grandes, ¿cuál es la cantidad mínima de zapatos que debes sacar para estar seguro de que sacaste un par completo del mismo color y tamaño?

- (a) 4 (b) 16 (c) 20 (d) 21

Problema 11. ¿Por cuál número se debe sustituir la letra "a" para que el número $9758236642a2$ sea divisible entre 4?

- (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 8

Problema 12. Tres cuadrados con lados de longitudes: 10 cm, 8 cm y 6 cm, respectivamente, se colocan uno al lado del otro como se muestra en la siguiente figura.



¿Cuál es el área de la parte sombreada?

- (a) 100 cm^2 (b) 90 cm^2 (c) 120 cm^2 (d) 80 cm^2

Problema 13. Juan ha decidido repartir 35 canicas entre sus primos. Si nadie puede tener la misma cantidad de canicas, ¿cuál es la máxima cantidad de primos a los que les puede repartir sus canicas?

- (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

Problema 14. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número $5^{2004} \times 2^{2000}$?

- (a) 13 (b) 14 (c) 15 (d) 2004

Problema 15. ¿Cuántos números hay entre 100 y 300 (sin contar el 100 y el 300) que no sean divisibles entre 3 ni entre 5?

- (a) 106 (b) 107 (c) 108 (d) 140

Problema 16. ¿Cuánto es $7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7 + 7^7$?

- (a) 49^7 (b) 7^7 (c) 7^{49} (d) 7^8

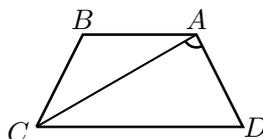
Problema 17. ¿Cuánto es la mitad de 4^{2004} ?

- (a) 2^{2004} (b) 4^{2003} (c) 4^{1002} (d) 2^{4007}

Problema 18. Juanito tiene un cupón del 20% de descuento sobre el total a pagar de su compra en la tienda de la Olimpiada. Decidió ir a comprar una taza. Al llegar a la tienda se encontró con que la taza tenía un 30% de descuento. ¿Cuál es el descuento total que obtendrá Juanito si utiliza el cupón?

- (a) 44% (b) 50% (c) 60% (d) 66%

Problema 19. El trapecio isósceles $ABCD$ es tal que $AD = AB = BC = 1$ y $DC = 2$, donde AB es paralelo a DC . ¿Cuánto mide el ángulo CAD ?



- (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

Problema 20. La mamá de Miguel, Julio y Toño, les reparte 5 paletas, ¿de cuántas formas se las puede repartir? (Puede ser que a alguno no le toque paleta.)

- (a) 12 (b) 15 (c) 21 (d) 30

Problema 21. Javier quiere sacar un par de calcetines de un cajón, en el que hay 100 calcetines blancos, 50 verdes y 25 rojos. ¿Cuántos calcetines debe sacar (sin ver) para asegurar que tendrá un par del mismo color?

- (a) 174 (b) 50 (c) 25 (d) 4

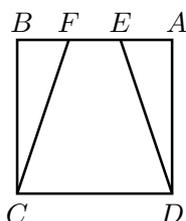
Problema 22. ¿Cuál de los siguientes valores de n , cumple que $n^2 + n + 41$, es un número entero que no es primo?

- (a) 15 (b) 26 (c) 37 (d) 40

Problema 23. ¿Cuántos triángulos rectángulos de lados enteros existen tales que uno de sus catetos mide 2003?

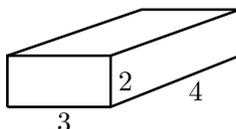
- (a) ninguno (b) 1 (c) 2003 (d) una infinidad

Problema 24. Sea $ABCD$ un cuadrado. Sean E y F puntos sobre el lado AB tales que $AE = EF = FB$. ¿Qué fracción del cuadrado delimita el trapecio $FEDC$?



- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

Problema 25. En un vértice de una caja de tamaño $2 \times 3 \times 4$ se encuentra una araña que quiere ir al vértice opuesto caminando sobre las caras de la caja. ¿Cuál es la distancia mínima que debe recorrer?



- (a) $\sqrt{41}$ (b) 7 (c) $4 + \sqrt{13}$ (d) $5 + 2\sqrt{5}$

Problema 26. A una pareja se le aplica la operación equalizadora que transforma la pareja (a, b) en la pareja $(\frac{3a+b}{4}, \frac{a+3b}{4})$. Si comenzamos con la pareja $(2048, 1024)$, ¿cuál de las siguientes parejas no se podrá obtener después de aplicar varias veces la operación?

- (a) $(1664, 1408)$ (b) $(1540, 1532)$ (c) $(1539, 1531)$ (d) $(1792, 1280)$

Problema 27. Se tienen cuadrados de 1×1 , 2×2 y 3×3 . ¿Cuál es la menor cantidad de cuadrados que se deben usar para completar un cuadrado, usando al menos uno de cada uno?

- (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

Problema 28. En la siguiente figura las áreas de los recuadros son 21, 15, 14 y X . ¿Cuál es el área total de la figura?

21	15
14	X

- (a) 14.5 (b) 36 (c) 60 (d) 75

Problema 29. Cuando a un barril le falta el 30% para llenarse contiene 30 litros más que cuando está lleno hasta el 30%. ¿Cuántos litros le caben al barril?

- (a) 60 (b) 75 (c) 90 (d) 100

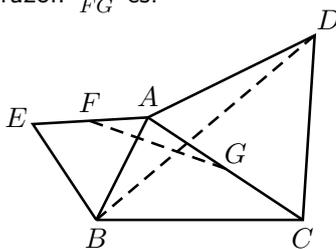
Problema 30. Si los ángulos α , β y γ de un triángulo cumplen que $\gamma = \alpha - \beta$, entonces el triángulo es:

- (a) Acutángulo (b) Rectángulo (c) Obtusángulo (d) Isósceles

Problema 31. ¿Cuántos resultados diferentes podemos obtener sumando dos números distintos del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$?

- (a) 11 (b) 15 (c) 17 (d) 18

Problema 32. En la siguiente figura ABC es un triángulo cualquiera y ACD y AEB son triángulos equiláteros. Si F y G son los puntos medios de EA y AC , respectivamente, la razón $\frac{BD}{FG}$ es:



- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) $\frac{3}{2}$ (d) 2

Problema 33. ¿De cuántas formas se puede escribir $\frac{1}{14}$ en la forma $\frac{a}{7} + \frac{b}{2}$ con a y b enteros?

- (a) Más de 3 (b) 1 (c) 2 (d) 3

Problema 34. ¿Cuántos enteros n tienen la siguiente propiedad: entre los divisores positivos de n , distintos de 1 y n , el mayor es 15 veces el más pequeño?

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) Una infinidad

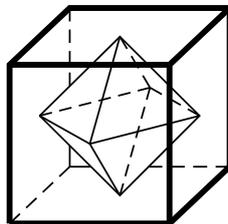
Problema 35. ¿Para cuántos enteros n entre 1 y 100 se puede factorizar $x^2 + x - n$ como el producto de dos factores lineales con coeficientes enteros?

- (a) 0 (b) 2 (c) 9 (d) 10

Problema 36. ¿Para cuántos enteros positivos n se cumple que $n - 17$ divide a $n + 4$?

- (a) 0 (b) 15 (c) 4 (d) 7

Problema 37. Un octaedro regular se forma uniendo los centros de las caras adyacentes de un cubo. La razón del volumen del octaedro al volumen del cubo es:

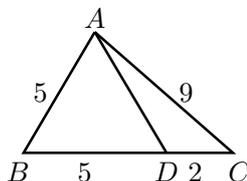


- (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

Problema 38. Consideremos la siguiente sucesión definida por $u_1 = a$ (con a un número positivo), y $u_{n+1} = -1/(u_n + 1)$, para $n = 1, 2, 3, \dots$. ¿Para cuál de los siguientes valores de n debe cumplirse que $u_n = a$?

- (a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 18

Problema 39. En un triángulo ABC , tenemos que $AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 9$ y D es un punto sobre el segmento AC con $BD = 5$. Encuentra la razón $AD : DC$.

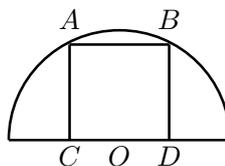


- (a) 19:8 (b) 4:3 (c) 11:6 (d) 13:5

Problema 40. Un niño tiene un conjunto de 96 ladrillos. Cada ladrillo es de uno de dos materiales (plástico, madera), 3 tamaños (chico, mediano, grande), 4 colores (azul, verde, rojo, amarillo), y 4 formas (círculo, hexágono, cuadrado, triángulo). ¿Cuántos bloques en el conjunto son distintos del ladrillo *plástico mediano rojo círculo* en exactamente dos maneras? (El ladrillo *madera mediano rojo cuadrado* es uno de tales ladrillos.)

- (a) 29 (b) 39 (c) 48 (d) 56

Problema 41. ¿Cuánto mide el área de un cuadrado inscrito en una semicircunferencia de radio 1?



- (a) 1 (b) $\frac{4}{5}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

Problema 42. Un punto *retícula* en el plano es un punto con coordenadas enteras. ¿Cuántos puntos *retícula* hay en el segmento cuyos extremos son $(3, 17)$ y $(48, 281)$? (Incluidos ambos puntos extremos.)

- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 16

Problema 43. ¿Cuántas personas hubo en una fiesta que se sabe que se saludaron de mano todos los asistentes y que hubo 190 apretones de mano?

- (a) 17 (b) 18 (c) 19 (d) 20

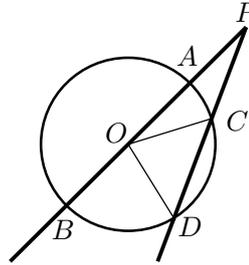
Problema 50. Un número capicúa es el que se lee igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha, por ejemplo, el número 1324231. ¿Cuántos números capicúas menores que cien mil existen?

- (a) 10098 (b) 9999 (c) 1098 (d) 999

Problema 51. ¿Cuántos enteros del 1 al 2004 (inclusive) al elevarlos a la vigésima potencia, el resultado es un número terminado en 1? (En otras palabras, ¿para cuántos n la cifra de las unidades de n^{20} es 1?)

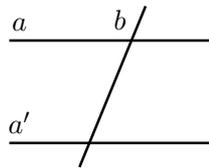
- (a) 805 (b) 802 (c) 800 (d) 804

Problema 52. En la figura, AB es un diámetro y PC es igual al radio OD , la razón $\frac{\angle BPD}{\angle BOD}$ de las medidas de los ángulos BPD y BOD es:



- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

Problema 53. En la figura, a y a' son rectas paralelas y b es una transversal a ellas. ¿Cuántos puntos hay que estén a la misma distancia de las tres rectas?



- (a) 0 (b) 2 (c) 4 (d) 6

Problema 54. En un triángulo rectángulo de hipotenusa 8 cm y área 9 cm², ¿cuál es su perímetro?

- (a) 18 (b) 16 (c) 17 (d) 12

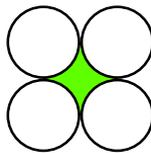
Problema 55. ¿Cuánto es $a + b$?, si sabemos que $7a + 3b = 12$ y $3a + 7b = 8$.

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

Problema 56. Si $\frac{x-3\sqrt{2004}}{3-y\sqrt{2004}}$, x , y son números racionales, ¿cuánto vale xy ?

- (a) 4 (b) 6 (c) 9 (d) 18

Problema 57. Dados cuatro círculos de radio 1 y centros en los vértices de un cuadrado, ¿cuál de los siguientes números aproxima mejor el área sombreada de la figura?

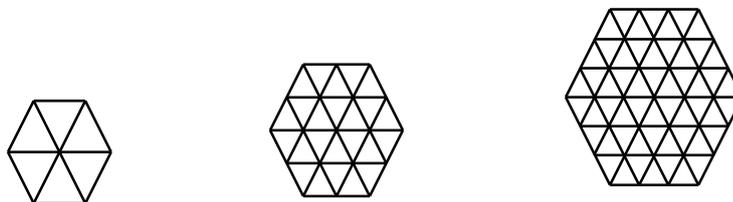


- (a) 0.82 (b) 0.84 (c) 0.86 (d) 0.88

Problema 58. ¿Cuántas parejas de enteros positivos (x,y) hay que cumplan $x^2 - y^2 = 13$?

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) muchas

Problema 59. Siguiendo el patrón de las tres primeras figuras,



¿cuántos triángulos pequeños aparecerán en la novena figura?

- (a) 216 (b) 486 (c) 540 (d) 600

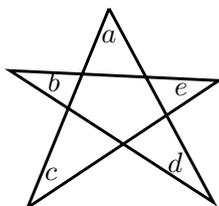
Problema 60. ¿Cuál de los siguientes números divide a la raíz cuadrada de 2004^{2004} ?

- (a) 167^{1670} (b) 3^{1003} (c) 2^{2002} (d) 4^{1003}

Problema 61. Un rectángulo mide 9 cm de un lado y tiene 45 cm^2 de área, ¿cuál es su perímetro?

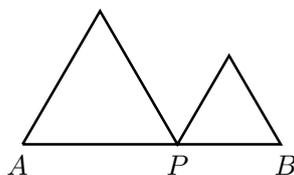
- (a) 14 (b) 19 (c) 23 (d) 28

Problema 62. En la siguiente figura, ¿cuánto vale la suma de los ángulos a , b , c , d y e ?



- (a) 270° (b) 240° (c) 180° (d) no se puede saber

Problema 63. Se tiene un segmento AB de longitud 10 y un punto P en él tal que $\frac{AP}{PB} = \frac{3}{2}$. Se construyen sobre el mismo lado del segmento, un triángulo equilátero de lado AP y otro de lado PB . ¿Cuál es la distancia entre los vértices, de los triángulos equiláteros, que están fuera del segmento AB ?



- (a) $2\sqrt{5}$ (b) $2\sqrt{6}$ (c) $2\sqrt{7}$ (d) $2\sqrt{8}$

Problema 64. Hay un número que tiene 2005 dígitos y tiene el siguiente patrón: 18263171826317182631718263171826317... Los últimos tres dígitos de este número son:

- (a) 1, 7 y 1 (b) 7, 1 y 8 (c) 1, 8 y 2 (d) 2, 6 y 3

Problema 65. Sean a y b números reales distintos tales que $2a^2 + 2b^2 = 5ab$. ¿Cuántos son los posibles valores de $\frac{(a+b)}{(a-b)}$?

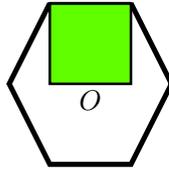
- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

Problema 66. ¿Cuántas ternas x, y, z de números reales satisfacen el sistema

$$\begin{aligned}x(x + y + z) &= 26 \\y(x + y + z) &= 27 \\z(x + y + z) &= 28?\end{aligned}$$

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) ninguna

Problema 67. En el siguiente hexágono regular, el punto O es su centro. ¿Cuál es la razón de las áreas del hexágono y de la región sombreada?



- (a) 1 (b) $\frac{4}{5}$ (c) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Problema 68. Hallar la suma de todos los números que son permutaciones de los dígitos 1, 2, 3, 4, y 5. Esto es $12345 + 12354 + \dots + 54321$.

- (a) 3999999 (b) 5^{15} (c) 4000000 (d) 3999960

Problema 69. ¿Cuál es el último dígito de 3^{2005} ?

- (a) 3 (b) 9 (c) 7 (d) 1

Problema 70. Si $a + b = 1$ y $a^2 + b^2 = 2$, entonces $a^3 + b^3$ es igual a

- (a) 4 (b) $\frac{5}{2}$ (c) 3 (d) $\frac{7}{2}$

Problema 71. El volumen de cierto paralelepípedo rectangular es 8, el área de la superficie es 32. Si sabemos que sus dimensiones están en progresión geométrica, ¿cuál es la suma de las longitudes de todas las aristas del paralelepípedo?

- (a) 28 (b) 32 (c) 36 (d) 40

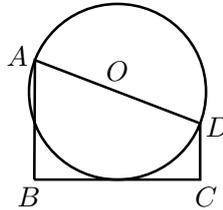
Problema 72. ¿Cuántos pares (m, n) de enteros satisfacen la ecuación $m + n = mn$?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) más de 3

Problema 73. ¿Cuántas soluciones en enteros tiene la ecuación $2 \cdot 2^{2x} = 4^x + 64$?

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

Problema 74. En la figura, $AB \perp BC$, $BC \perp CD$ y BC es tangente a el círculo con centro en O y diámetro AD . ¿En cuál de los siguientes casos el área de $ABCD$ es un entero?



- (a) $AB = 3, CD = 1$ (b) $AB = 5, CD = 2$ (c) $AB = 7, CD = 3$
 (d) $AB = 9, CD = 4$

Problema 75. Un estudiante intentó calcular el promedio A , de x, y y z , primero calculó el promedio de x y y , después calculó el promedio de este resultado y z . Si $x < y < z$, el resultado final del estudiante es

- (a) correcto (b) siempre menor que A (c) siempre mayor que A
 (d) a veces correcto y a veces incorrecto

Problema 76. ¿Para cuántos enteros x un triángulo cuyas medidas de los lados son 10, 14 y x tiene todos sus ángulos agudos?

- (a) 4 (b) 5 (c) 7 (d) más de 7

Problema 77. Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo, supongamos que los lados AB, BC, CD, DA , miden 3, 4, 12 y 13, respectivamente; además $\angle CBA$ es recto. El área de $ABCD$ es

- (a) 32 (b) 36 (c) 42 (d) 72

Problema 78. Seis bolsas de canicas contienen 18, 19, 21, 23, 25 y 34 canicas, respectivamente. Cinco de las bolsas contienen canicas azules y la otra tiene canicas rojas. Juan toma tres de las bolsas y Jorge toma dos bolsas de las otras. Sólo se quedó la bolsa con canicas rojas. Si Juan obtuvo el doble de canicas que Jorge, ¿cuántas canicas rojas hay?

- (a) 19 (b) 21 (c) 23 (d) 34

Problema 79. Se lanzan tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres números de las caras hacia arriba formen una progresión aritmética con diferencia común mayor que cero?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{7}{36}$

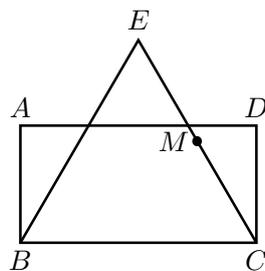
Problema 80. La suma de los dígitos en base diez de $(10^{4n^2+8} + 1)^2$, donde n es un entero positivo es

- (a) 4 (b) $4n^2$ (c) $2 + 2n$ (d) $n^2 + 2n + 2$

Problema 81. Las medidas de los ángulos interiores de un polígono convexo están en progresión aritmética. Si el ángulo menor mide 100° grados y el ángulo mayor mide 140° , entonces el número de lados del polígono es

- (a) 6 (b) 8 (c) 10 (d) 11

Problema 82. Sea $ABCD$ un rectángulo con $BC = 2AB$ y sea BCE un triángulo equilátero. Si M es el punto medio de CE , ¿cuánto mide el ángulo CMD ?

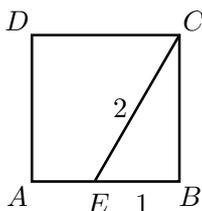


- (a) 60° (b) 75° (c) 80° (d) 87°

Problema 83. ¿Cuántos enteros positivos menores que 2004 existen tales que si su último dígito es borrado el entero es divisible por el nuevo número?

- (a) 130 (b) 223 (c) 112 (d) 213

Problema 84. Sea E un punto en el lado AB del cuadrado $ABCD$. Si $EB = 1$ y $EC = 2$, entonces la razón entre el área del cuadrilátero $AECD$ y el triángulo EBC es



- (a) $\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{3} - 1$ (c) $2\sqrt{3} - 1$ (d) $2(\sqrt{3} - 1)$

Problema 85. Se tiene un sucesión de 77 números enteros para la cual la suma de cualesquiera siete términos consecutivos es no negativa y la suma de cualesquiera once términos es no positiva. ¿Cuáles son los valores de la menor y de la mayor suma posible de todos los términos de la sucesión?

- (a) -11 y 7 (b) -77 y 77 (c) 0 (d) -7 y 11

Problema 86. En el Colegio Tinguindín hay tres grupos de sexto grado. El promedio de las calificaciones en el grupo A es de 87, en el grupo B es de 73, en el grupo C es de 91. Se sabe que el promedio de los grupos A y B juntos es de 79, el de los grupos B y C es de 83. Encuentra el promedio de calificaciones del sexto grado.

- (a) 84 (b) 83.66... (c) 83 (d) no hay suficientes datos

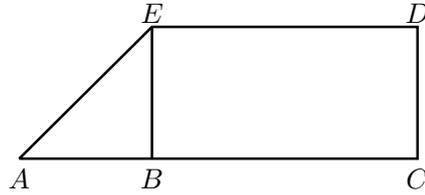
Problema 87. ¿Cuántas ternas ordenadas (a, b, c) de números reales tienen la propiedad de que cada número es el producto de los otros 2?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 5

Problema 88. Si $x = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$ y $y = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}$, entonces el valor de $x - y$ es

- (a) infinito (b) 1 (c) 0 (d) no puede calcularse

Problema 89. En la figura $BC = 2AB$; el triángulo ABE es un triángulo isósceles de 72 cm^2 de área y $BCDE$ es un rectángulo. Calcula el área del cuadrilátero $ABDE$.

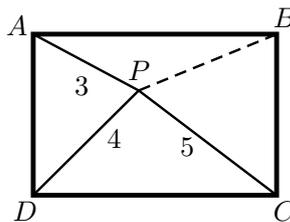


- (a) 314 (b) 225 (c) 216 (d) 123

Problema 90. En el pequeño pueblo de Abace, se utilizan 2 bases de numeración. Un aldeano dijo: "26 personas usan mi base, base 10, y sólo 22 personas usan la base 14". Otro dijo "De los 25 aldeanos 13 usan ambas bases y 1 no sabe escribir todavía". ¿Cuántos habitantes hay en el pueblo (en base decimal)?

- (a) 15 (b) 25 (c) 27 (d) 35

Problema 91. Sea P un punto en el interior del rectángulo $ABCD$. Si $PA = 3$, $PC = 5$ y $PD = 4$, el valor de PB es



- (a) $3\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{32}$ (c) $\frac{15}{4}$ (d) no se puede saber

Problema 92. ¿Cuál es el tamaño del mayor subconjunto, S , de $\{1, 2, 3, \dots, 50\}$ tal que no existe un par de elementos de S cuya suma sea divisible por 7?

- (a) 7 (b) 14 (c) 22 (d) 23

Problema 93. Sean a_1, a_2, \dots y b_1, b_2, \dots progresiones aritméticas tales que $a_1 = 25$, $b_1 = 75$ y $a_{100} + b_{100} = 100$. Encuentra la suma de los primeros 100 términos.

- (a) 0 (b) 100 (c) 10,000
(d) no hay suficiente información

Problema 94. Los puntos A y B están a 5 unidades de distancia. ¿Cuántas líneas en un plano dado, las cuales contienen a A y B , están a 2 unidades de A y a 3 unidades de B ?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) más de 3

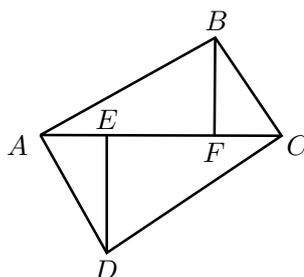
Problema 95. Cada arista de un cubo es coloreada roja o negra. Cada cara del cubo tiene al menos un arista negra. La menor cantidad de aristas negras que puede haber es

- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

Problema 96. ¿Cuántos enteros positivos menores que 50 tienen un número par de divisores positivos?

- (a) 5 (b) 7 (c) 9 (d) 11

Problema 97. En la figura, $ABCD$ es un cuadrilátero con ángulos rectos en A y en C . Los puntos E y F están en AC . DE y BF son perpendiculares a AC . Si $AE = 3$, $DE = 5$ y $CE = 7$, entonces BF es igual a



- (a) 3.6 (b) 4 (c) 4.2 (d) 5

Problema 98. Decimos que un número es *cuadradísimo* si satisface las siguientes condiciones:

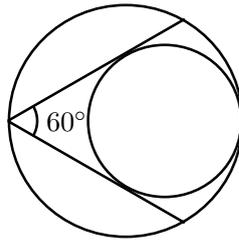
- (i) todos sus dígitos son cuadrados;
 - (ii) es un cuadrado perfecto;
 - (iii) si separamos el número en parejas de dígitos de derecha a izquierda, estas parejas son cuadrados perfectos si los consideramos como números de 2 dígitos.
- ¿Cuántos números menores que 2005 son *cuadradísimos*?

- (a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 15

Problema 99. El punto P está a 9 unidades de distancia del centro de un círculo de radio 15. ¿Cuántas cuerdas del círculo contienen a P y tienen medidas enteras?

- (a) 11 (b) 12 (c) 15 (d) 29

Problema 100. Dentro de un círculo de radio uno se encuentra otro círculo que es tangente al primero y a un ángulo de 60° inscrito en el primero, cuya bisectriz es un diámetro. ¿Cuál es el radio de esta circunferencia?



- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{2}$